Álgebra Lineal
Capítulo 11. Tópicos Especiales y Aplicaciones
11.6. Ejercicios

1. Determinar la cónica definida por la ecuación dada, indicando el vértice o el centro, según corresponda. Además, en cada caso indicar los cambios de coordenadas realizados para expresar la curva en su forma diagonal, es decir, como suma de cuadrados sin términos xy:
(a) $y^2 - 2xy + 5x = 0$
(b) $y^2 - 2xy + x^2 - 5x = 0$
(c) $2x^2 + 4xy + 5y^2 - 2x - y - 4 = 0$
(d) $x^2 + 4xy + y^2 = 7$
(e) $2x^2 + 3xy - 2y^2 = 10$
(f) $16x^2 - 24xy + 9y^2 - 30x - 40y = 0$
(g) $11x^2 - 24xy + 4y^2 + 6x + 8y = -15$
2. Indicar para qué valores (valor) de c la gráfica de la ecuación $2xy - 4x + 7y + c = 0$ representa un par de rectas. Justifique su respuesta.
3. Hallar la solución general de cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales:
(a) $y''' - 2y'' - 3y' = 0$
(b) $y''' - y' = 0$
(c) $y''' + 4y'' + 4y' = 0$
(d) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$
(e) $y^{(4)} + 4y''' + 6y'' + 4y' + y = 0$
4. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones diferenciales, justificando su respuesta:
(a)

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

(b)

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & -1 \\ 6 & 1 & -1 & 1 \\ -6 & -1 & 4 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$$

5. Calcular la inversa generalizada de las siguientes matrices:
(a)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(b)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

6. Sea A una matriz cuadrada. Demostrar que $(A^*)^+ = (A^+)^*$.
7. Sea A una matriz normal. Demostrar que A^+ es también normal.
8. Sea A una matriz hermitiana. Demostrar que A^+ es también hermitiana.
9. Sean $A, C \in M_n(K)$ y $B, D \in M_m(K)$, tales que A y C son similares y B y D son similares. Demostrar que

$$A \otimes B \text{ es similar a } C \otimes D.$$

10. Sean $A \in M_n(K)$, $B \in M_m(K)$ matrices diagonalizables. Demostrar que $A \otimes B$ es diagonalizable.